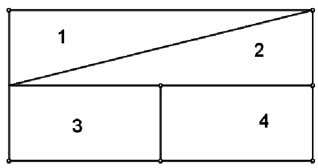
CONCURSUL DE MATEMATICĂ „MATE^3”,
ediţia I, 16.12.2017

Clasa a III-a

1. O ciocolată are forma unui dreptunghi și trebuie împărțită în mod egal între patru frați, ca în următorul exemplu:



Propuneți alte șapte variante diferite de împărțire corectă între frați.

Adrian Vieriu, Suceava

2. Un caiet are 32 de pagini colorate în ordinea Roșu, Verde, Albastru, Galben, Mov. Pe prima pagină se scriu numerele 1, 2, 3, pe a doua pagină 2, 4, 6, pe a treia pagină 3, 6, 9 și așa mai departe.

a) Câte pagini sunt de fiecare culoare?
b) Pe câte pagini apare scris numărul 12?
c) Câte numere pare și câte numere impare s-au scris în total?

Adrian Vieriu, Suceava

3. A este suma tuturor numerelor care se termină cu 5 și sunt cuprinse între 10 și 100.
$B = 200 - 199 + 198 - 197 + 196 - 195 + ... + 6 - 5 + 4 - 3$.
Determinați care dintre cele două numere are suma cifrelor mai mare. Justificați răspunsul.

Adrian Vieriu, Suceava

4. Tata a plătit pentru 4 cărți și 3 albume suma de 230 lei. Prietenul său a cumpărat aceleași cărți, dar numai două albume, plătind 180 de lei. Cât costă o carte? Dar un album?

Gazeta Matematică Junior, noiembrie 2017

Clasa a IV-a

1. Ana merge împreună cu clasa la un spectacol. Odată așezată, ea remarcă faptul că pe rândul său sunt tot atâtea scaune în stânga sa ca și în dreapta sa, numărul lor fiind egal cu numărul de zile dintr-o săptămână. Numărând rândurile din fața sa, ea constată că sunt tot atâtea câte luni are un an. Numărând rândurile din spatele său, ea constată că numărul acestora este cât cea mai mare cifră. Știind că fiecare rând are același număr de scaune, aflați câte locuri sunt în sala de spectacol. Justificați răspunsul.

Claudia Georgeta Marchitan, Suceava

2. 28 de elevi au participat la concursuri sportive, de creație literară și creație plastică, fiecare elev participând la câte un singur concurs. Știind că la concursurile sportive și cele de creație literară au participat împreună un număr de elevi egal cu cel mai mare număr impar având 1 la cifra zecilor, iar la concursurile de creație literară și concursurile de creație plastică au participat împreună un număr de elevi egal cu primul număr par mai mare ca 10 și care poate fi citit la fel și răsturnat, să se afle câți elevi au participat la fiecare secțiune în parte.

Gazeta Matematică Nr.6-7-8/2017, text modificat

3. Pentru premierea unui concurs de matematică s-au achiziționat medalii și diplome. Știind că 8 diplome costă cât 4 medalii, iar 20 de diplome și o medalie costă 66 de lei, calculați câți lei s-au plătit pentru 12 medalii și 25 de diplome.

Silvestru Tabarcea, Suceava

4. Numerele naturale 1, 2, 3, 4, … sunt așezate într-un tabel, după cum urmează:

Secvența 1	Secvența 2	Secvența 3	Secvența 4	Secvența 5
1	2 3 4 5	6 7 8 9 10 11 12 13 14	15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30	...

a) Completați tabelul cu următoarea secvență.
b) Fără a scrie celelalte secvențe, determinați cu ce număr începe și cu ce număr se termină a zecea secvență.
c) Calculați suma numerelor din secvența zece.

Mariana Popescu, Suceava

Clasa a V-a

1. Timp de 2017 zile, Andrei și Bogdan și-au pus fiecare în pușculița lui câte un leu în prima zi, doi lei a doua zi, trei lei a treia zi și așa mai departe. În același timp, Cosmin și-a pus în pușculiță doi lei în prima zi și în următoarele zile doar câte un leu. Arătați că suma totală a celor trei băieți este un pătrat perfect.

Claudia Marchitan, Suceava

2. Maria a primit de ziua ei un telefon la care trebuie să-și pună un cod de forma $\overline{abcd}$, cu cifrele diferite între ele și care se împarte exact la $\overline{aa}$, obținându-se câtul 108. Determinați ce coduri ar putea să-și pună Maria la telefon?

Elena Miron, Suceava

3. Se dau numerele:

$$a=\left(3^2\cdot 9^3\cdot 27^4\right)^2:81^3:\left(27\cdot 243\right)^3:\left(3^2\right)^2 \text{ și}$$

$$b=\left\{\left[\left(125^2\right)^3\right]^4-\left[\left(25^3\right)^2\right]^3\right\}:\left\{\left[\left(5^2\right)^3\right]^6-1\right\}:\left(5^6\right)^5:5^5.$$

a) Scrieți numărul $a^b\cdot b^{2a}$ ca o sumă de două pătrate perfecte nenule.
b) Determinați câte cifre are numărul $\left(\overline{ab}-a\cdot b\right)^{2017}$.

Brîndușa Baban, Suceava

4. Fie n un număr natural. Dacă în fața numărului n punem cifra 7 obținem un număr de cinci ori mai mare decât atunci când punem la sfârșitul numărului n cifra 7. Aflați cea mai mică valoare a lui n.

Supliment Gazeta Matematică Nr.11/2013

Clasa a VI-a

1. Aflați cel mai mic număr natural care împărțit pe rând la 5^2, 9^2 și 15^2 dă un rest 217 și suma celorlalte două resturi este 90.

Adrian Vieriu, Suceava

2. Se dă punctul O pe dreapta AB. Un echer MON are unghiul drept în O și se află în întregime într-un singur semiplan determinat de AB. Fie $[OP$ bisectoarea unghiului AOM și $[OQ$ bisectoarea unghiului BON (unghiurile AOM și BON sunt ascuțite). Să se arate că $\sphericalangle POQ$ este constant.

Supliment Gazeta Matematică Nr.1/2017

3. Gigel trebuia să păzească grădina bunicii, să nu ajungă capra și să mănânce varza. S-a jucat însă cu telefonul și nu a observat când năzdrăvana a sărit gardul și a făcut pagube.
- Măi nepoate, câte verze am pierdut din cauza ta?
- Nu așa multe, bunico. Aveai 90 de verze plantate în linie dreaptă, la distanță de un metru fiecare de următoarea, nu?
- Așa aveam!
- Ei, a mâncat prima și ultima varză …
- Doar două?
- Mai multe. Îți spun doar că, măsurând distanțele în metri dintre câte două verze mâncate alăturate, se formează un șir de numere naturale consecutive.
- Nu știu așa multă matematică precum tine, dar știu că, dacă aflu că a mâncat mai mult de trei verze, nu îți mai fac clătite diseară.

Arătați că bunica a fost nevoită să-i facă totuși clătite nepotului.

Adrian Vieriu, Suceava

4. Arina are 2017 lănțișoare, fiecare având câte un număr diferit de verigi, numere cuprinse între 1 și 2017 inclusiv. Ea dorește ca prin lipirea cap la cap a mai multor lănțișoare să formeze noi lănțișoare astfel încât toate lănțișoarele sale să aibă același număr de verigi.

a) Arătați că numărul total de verigi este un produs de două numere prime.

b) În câte moduri poate realiza Arina ceea ce și-a propus?

Claudia Marchitan, Suceava

Clasa a VII-a

1. Fie n numere raționale $0 < x_1 < x_2 < x_3 < ... < x_n$. Știind că $x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n = a$ și $\frac{1}{x_2 + x_3 + x_4 + ... + x_n} + \frac{2}{x_1 + x_3 + x_4 ... + x_n} + ... + \frac{n}{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_{n-1}} = b$, calculați:

$$S = \frac{x_1}{x_2 + x_3 + x_4 + ... + x_n} + \frac{2x_2}{x_1 + x_3 + x_4 ... + x_n} + ... + \frac{nx_n}{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_{n-1}}.$$

Gazeta Matematică Nr.6-7-8/2017

2. Un fermier deține un teren agricol sub forma unui pătrat $ABCD$ pe care își amenajează o gradină de zarzavaturi sub forma unui dreptunghi $AEMF$, $F \in [AD]$, $E \in [AB]$, $M \in [DB]$. Pentru a ajunge din colțul C al terenului la aleea principală $[EF]$ a grădinii, fermierul amenajează o alee $[CP]$ care trece prin M, $P \in [EF]$, considerând că va fi drumul cel mai scurt din C până la aleea principală. Are fermierul dreptate? De ce?

Tamara Brutaru, Suceava

3. Dacă $ABCD$ este trapez isoscel, $AB \parallel CD$, $AB > CD$ în care $(AC$ este bisectoare pentru $\sphericalangle BAD$ și $(CM$ este bisectoare pentru $\sphericalangle BCD$, $M \in AB$, să se arate că:

a) ΔDAM este isoscel;

b) dacă, în plus, $[AM] \equiv [DQ]$, unde $AC \cap DM = \{Q\}$, determinaţi măsurile unghiurilor trapezului.

Ecaterina Huluță, Suceava

4. Se consideră sumele:

$$S_1=\left[\frac{2018}{1}\right]+\left[\frac{2018}{2}\right]+\ldots+\left[\frac{2018}{2018}\right] \text{ și } S_2=\left[\frac{2017}{1}\right]+\left[\frac{2017}{2}\right]+\ldots+\left[\frac{2017}{2017}\right],$$

unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului *a*. Să se determine S_1-S_2.

Marius Marchitan, Suceava

Clasa a VIII-a

1. Determinați valorile lui *x* pentru care $\left[\frac{x+2}{3}\right]=|x+1|-1$, unde $[a]$ este partea întreagă a lui *a*, iar $|a|$ este modulul lui *a*.

Gazeta Matematică Nr.11/2015

2. Determinați numărul tripletelor (a,b,c) de numere naturale nenule cu proprietatea că:

$$abc \le a+b+c \le 672.$$

Marius Marchitan, Suceava

3. *SUPER* este o piramidă patrulateră regulată cu vârful *S* și toate muchiile de lungime *a*. Punctul $M \in (SE)$ astfel încât aria triunghiului *PRM* să fie minimă. Dacă *O* este centrul bazei piramidei, să se arate că $OM \parallel (SUR)$.

Stela Boghian, Suceava

4. Se consideră punctele M', M'' pe laturile (AB) și (DC) ale dreptunghiului *ABCD* astfel încât prin îndoirea acestuia de-a lungul diagonalei (AC) punctele M' și M'' se suprapun într-un punct *M*, iar aria pentagonului *ADMBC* este $\frac{2}{3}$ din aria dreptunghiului *ABCD*. Se depărtează apoi planele (ADC) și (ABC) până când $BD=\frac{AC}{\sqrt{2}}$. Arătați că pentru configurația finală avem $M'M'' \perp AC$ și $AD \perp BC$.

Claudia Marchitan, Suceava